

Dr hab. Nina Siemieniuk, prof. UwB

Uniwersytet w Białymstoku

ORCID: 0000-0002-8819-1301

e-mail: n.siemieniuk@uwb.edu.pl

Dr Łukasz Siemieniuk

Uniwersytet w Białymstoku

ORCID: 0000-0002-0133-1472

e-mail: l.siemieniuk@uwb.edu.pl

Dr inż. Tomasz Siemieniuk

Wyższa Szkoła Finansów i Zarządzania w Białymstoku

e-mail: tomasz.siemieniuk@wsfiz.edu.pl

Teoria chaosu deterministycznego a ocena atrakcyjności spółek sektora budowlanego w Polsce

The theory of deterministic chaos and the assessment of the attractiveness
of construction sector companies in Poland

Streszczenie

Teoria chaosu wnosi istotny wkład w modelowanie procesów gospodarczych, gdyż bogactwo zachowań opisywanych przez nią systemów daje potencjalną możliwość wyeliminowania niezgodności pomiędzy teorią a praktyką. Dodatkowo chaotyczne systemy są deterministyczne, tzn. kładą nacisk na wzajemne oddziaływanie czynników endogenicznych, i nawiązują do prac pierwszych badaczy cykli gospodarczych. Mimo wielu dyskusyjnych aspektów związanych z wykorzystaniem algorytmów teorii chaosu deterministycznego w procesie analizy spółek akcyjnych na Giełdzie Papierów Wartościowych (GPW) w Warszawie, zdaniem autorów artykułu ich stosowanie jest w pełni uzasadnione. Celem artykułu jest pokazanie możliwości wykorzystania mierników wynikających z teorii chaosu deterministycznego do badania i oceny atrakcyjności inwestowania w konkretne akcje spółek sektora budowlanego w aspekcie kondycji ekonomicznej danej spółki na GPW w Warszawie.

Słowa kluczowe

teoria chaosu, wykładnik Lapunowa, wykładnik Hursta, wymiar fraktalny

JEL: G, G1, G17

Abstract

The chaos theory makes an important contribution to the modeling of economic processes, because the wealth of behaviors of the systems it describes gives the potential possibility of eliminating the inconsistencies between theory and practice. Additionally, chaotic systems are deterministic, i.e. they emphasize the interaction of endogenous factors and refer to the work of the first researchers of economic cycles. Despite many debatable aspects related to the use of deterministic chaos theory algorithms in the process of analyzing joint stock companies on the Warsaw Stock Exchange, their use is fully justified. The aim of the publication is to present the possibility of using measures resulting from the theory of deterministic chaos to assess the attractiveness of investing in specific shares in terms of the economic condition of a given company on the Warsaw Stock Exchange.

Keywords

chaos theory, Lapunov exponent, Hurst exponent, fractal dimension

Wprowadzenie

Chaos deterministyczny to termin składający się z dwóch pojęć: chaosu i determinizmu, które na po-

zór mogą wydawać się przeciwstawne. Chaos cechuje brak systematyczności i brak powtarzalności, natomiast determinizm jest uzależniony od ścisłych reguł. To z pozoru sprzeczne połączenie ma jednak

utrwalone miejsce w dziedzinach zajmujących się badaniem dynamiki systemów związanych z zarządzaniem, ekonomią czy finansami (Siemieniuk, 2020, s. 7). Teoria chaosu wnosi istotny wkład w modelowanie procesów inwestycyjnych, gdyż bogactwo zachowań opisywanych przez nią systemów daje potencjalną możliwość wyeliminowania tej niezgodności pomiędzy teorią a praktyką. Dodatkowo chaotyczne systemy są deterministyczne, tzn. kładą nacisk na wzajemne oddziaływanie czynników endogenicznych, i nawiązują do prac pierwszych badaczy cykli gospodarczych. Jeśli nawet do niektórych istniejących chaotycznych modeli z ekonomicznego punktu widzenia można mieć pewne zastrzeżenia, to jednak teoria chaosu w żaden sposób nie jest sprzeczna z teorią ekonomii. Z powyższych powodów lista istniejących modeli wspomagających podejmowanie decyzji finansowych wykorzystujących narzędzia chaosu deterministycznego systematycznie się powiększa, stanowiąc wyzwanie i inspirację dla badaczy.

Chaos deterministyczny — metodyka badań

Celem artykułu jest zaprezentowanie możliwości wykorzystania metody chaosu deterministycznego do badania spółek giełdowych sektora budowlanego pod względem atrakcyjności inwestycyjnej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Badanie polega na oszacowaniu wykładników Lapunowa, wymiarów fraktalnych, wykładników Hursta dla spółek akcyjnych sektora budowlanego notowanych na polskiej giełdzie i stworzenie rankingu powyższych mierników w celu oceny atrakcyjności danej spółki.

Przeprowadzenie analizy opartej o teorię chaosu deterministycznego wymaga stworzenia szeregu pokazującego zmiany wartości cen akcji w poszczególnych dniach. Wyznaczony w ten sposób szereg czasowy służy do budowy szeregów czasowych pokazujących zmiany wartości cen akcji wybranych spółek na GPW w Warszawie w przedziałach czasowych o stałej liczbie dni. W analizie rynków kapitałowych stosuje się logarytmiczne stopy zwrotu, zapisane poniższą zależnością (Peters, 2007, s. 84):

$$S_t = \ln(P_t/P_{(t-1)})$$

gdzie:

S_t — oznacza logarytmiczną stopę zwrotu w okresie t ,

P_t — oznacza cenę w okresie t .

Wykładnik Lapunowa jest miarą dynamiki atryktora. Jest on wyznacznikiem wrażliwości

układu na zmiany warunków początkowych, czyli tego, w jaki sposób prognozowanie oparte na niedokładnym szacunku warunków wyjściowych będzie odbiegać od rzeczywistego rozwoju danego systemu. Wykładnik Lapunowa wyraża również tempo, w jakim tracimy zdolność przewidywania przyszłych zachowań systemu. W przypadku chaotycznych systemów wykładnik Lapunowa jest liczbą dodatnią (Siemieniuk, 2009, s. 95). Chaotyczne systemy dynamiczne wyróżnia duża wrażliwość na warunki początkowe. Ważnym sposobem wyznaczania wrażliwości układu na warunki początkowe jest analiza widmowa Lapunowa, która pozwala na wykrywanie obecności tej właściwości w sygnałach eksperymentalnych i układach dynamicznych, do których można zaliczyć polską giełdę (Siemieniuk, 2001, s. 150).

Wykładniki Lapunowa wykorzystuje się do klasyfikacji układów dynamicznych. Zakładając, że każdej zmiennej jest przyporządkowywana oś w układzie współrzędnych, to każdy wykładnik Lapunowa jest miarą trajektorii wzdłuż danej osi (<https://www.elektro.info.pl/artykul/sieci-elektroenergetyczne/65120,zastosowanie-wykladnikow-lapunowa-do-badania-stabilnosci-sieci-elektroenergetycznej>).

Dla danych pomiarowych w postaci szeregu czasowego: $\{x_n\} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n\}$ nie jest możliwe wyznaczenie wszystkich współczynników Lapunowa. Możliwe jest natomiast wyznaczenie wartości największego wykładnika Lapunowa. W tym przypadku na atryktorze zanurzoną w d -wymiarowej przestrzeni wybiera się dwa punkty odległe od siebie o co najmniej jeden okres orbitalny. Odległość tych punktów wynosi $L(\tau_j)$. Następnie oblicza się odległość wybranych punktów po upływie pewnego czasu ewolucji. Nowa odległość pary punktów wynosi $L(\tau_{j+1})$. Największy wykładnik Lapunowa jest obliczany według poniższego wzoru (Peters, 2007, s. 156):

$$L_1 = \frac{1}{\tau} \sum_{j=1}^m \log_2 \frac{L(\tau_{j+1})}{L(\tau_j)}$$

Wykładnik Lapunowa wskazuje, czy zachowanie układu dynamicznego jest chaotyczne. Można go zdefiniować w postaci poniższego równania (Schuster, 1993, s. 35):

$$\lambda(z_o) = \lim_{N \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{N} \ln \left| \frac{f^N(z_o + \varepsilon) - f^N(z_o)}{\varepsilon} \right|$$

gdzie:

z_0 — oznacza warunek początkowy,

f' — oznacza pochodną odwzorowania określającego go zachowanie układu.

Wymiar fraktalny w literaturze jest różnorodnie definiowany. Najczęściej spotykanymi pojęciami tego wymiaru są: wymiar samopodobieństwa, pudełkowy, korelacyjny, informacyjny oraz Hausdorffa. Charakterystyczną cechą wymiaru fraktalnego jest przyjmowanie wartości niecałkowitych. Jego zadaniem jest mierzenie w jakim stopniu badany obiekt wypełnia przestrzeń, w której jest zanurzony (Ciesielski, 2005, s. 166–167). Wymiar fraktalny jest ważną informacją o systemie, ponieważ umożliwia oszacowanie wymiaru korelacyjnego, czyli minimalnej liczby zmiennych dynamicznych potrzebnych do opisanego danego układu. Im liczba jest mniejsza, tym dany system jest mniej skomplikowany i bardziej przewidywalny.

Dla szeregu zwrotów notowań akcji wybranych spółek zostały obliczone wymiary korelacyjne przy użyciu metody Grassberger-Procaccia (Grassberger i Procaccia, 1983, s. 346–349). Dla danych eksperymentalnych wymiar korelacyjny n_2 w oparciu o zaproponowany przez Grassberger-Procaccia algorytm wyznacza się z poniższej zależności (Schuster, 1993, s. 133):

$$n_2 = \lim_{I \rightarrow 0} \frac{1}{\ln I} \ln \sum_i p_i^2$$

gdzie:

$$\sum_i p_i^2 \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \Theta(-|x_i - x_j|) = C_2(I)$$

Θ — oznacza funkcję Heaviside'a określającą ilość par punktów (x_i, x_j) atraktora, których odległość jest mniejsza od I ,

N — oznacza liczebność badanego zbioru,

I — oznacza odległość między punktami x_i, x_j atraktora,

C_2 — oznacza całkę korelacyjną.

Jedną z podstawowych metod pozwalających na odróżnienie szeregów losowych od nielosowych jest analiza przeskalowanego zakresu R/S , która stanowi metodę wyznaczania opóźnienia czasowego i polega na wyznaczeniu wykładnika Hursta. Służy ona do określenia efektów długotrwałej pamięci i wykrywania ułamkowych ruchów Browna. W zależności od wielkości wykładnika Hursta można mówić — lub nie — o występowaniu zjawiska chaosu w badanym układzie. Rozróżnia się trzy klasy wielkości wykładnika Hursta (Nowiński, 2007, s. 210):

- $H = 0,5$ — szereg czasowy jest losowy,
- $0 \leq H < 0,5$ — szereg jest antypersystentny (powracający do średniej),
- $0,5 < H < 1$ — szereg czasowy jest persystentny, chaotyczny (wzmacniający trend).

Analizując literaturę przedmiotu można stwierdzić, iż w przypadku gdy wykładnik Hursta (H) jest mniejszy, to szereg jest bardziej chropowaty (bardziej przypadkowy). Wyższa wartość wykładnika Hursta (H) oznacza, że inwestowanie w dany walor jest obciążone niższym ryzykiem, ponieważ w takim szeregu jest mniej „szumu” (Siemieniuk i Siemieniuk, 2015, s. 187). Jego wykorzystanie bazuje na spostrzeżeniu faktu, iż liczne procesy naturalne wykazują bardzo długie cykle, a więc ich teraźniejsze obserwacje zależą od obserwacji z przeszłości. Miernik długookresowej zależności obserwacji Hursta wyrażony jest poniższym wzorem (Czekaj, Woś i Żarnowski, 2001, s. 88–89):

$$\frac{R}{S} = \frac{1}{s} [\max(d_k) - \min(d_k)]$$

gdzie:

s — oznacza odchylenie standardowe,

d_k — oznacza przeciętne odchylenie od średniej początkowych k obserwacji.

Charakterystyka spółek akcyjnych wytypowanych do analizy fraktalnej

Poniżej przedstawiamy wyniki analizy szeregu notowań akcji spółek budowlanych takich jak: Unibeb S.A. Bielsk Podlaski, Budimex SA Warszawa, PANOVA SA Gliwice. Pierwszy etap badań z wykorzystaniem metod chaosu deterministycznego rozpoczęto w maju 2008 roku, a zakończono w grudniu 2020 roku. Następny etap objął pierwszy kwartał 2021 roku funkcjonowania spółek na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie celem weryfikacji poprawności wcześniej przeprowadzonych badań.

Spółka Unibeb S.A. Bielsk Podlaski jest jednym z największych przedsiębiorstw budowlanych w Polsce. Jest nie tylko generalnym wykonawcą w kraju, ale również za granicą. Spółka działa na rynkach: rosyjskim, białoruskim, niemieckim. Spółka Unibeb S.A. Bielsk Podlaski ma największą w Polsce fabrykę domów modułowych, które sprzedaje do Norwegii, Szwecji, Danii. Spółka działa również w drogownictwie: buduje drogi głównie na terenie województwa podlaskiego, a poprzez swoją spółkę BudrexKobi stawia i remontuje mosty na terenie całego kraju oraz prowadzi działalność deweloperską w Warszawie i Poznaniu (<https://www.bankier.pl/gielda/notowania/akcje/UNIBEP/podstawowe-dane>).

Kolejna spółka wytypowana do analizy fraktalnej to Budimex SA Warszawa. Spółka ta jest jedną z największych firm budowlanych na polskim rynku. Oferuje usługi najczęściej w charakterze gene-

ralnego wykonawcy w sektorach infrastruktury: drogowej, kolejowej, lotniskowej, budownictwa kubaturowego, energetycznego, przemysłowego i ekologicznego. Spółka Budimex SA Warszawa stopniowo zwiększa swoje zaangażowanie w sektorze facility management, tj. obsłudze nieruchomości i obiektów infrastruktury oraz gospodarki odpadami. Inwestorem strategicznym Spółki Budimex SA Warszawa jest Ferrovial, jedna z czołowych firm budowlanych w Hiszpanii o zasięgu globalnym (<https://www.bankier.pl/gielda/notowania/akcje/BUDIMEX/podstawowe-dane>).

Trzecią spółką wytypowaną do analizy fraktalnej jest PANOVA SA Gliwice, która oferuje świadczenie usług w zakresie generalnego wykonawstwa obiektów budownictwa ogólnego i przemysłowego, głównie obiektów handlowo-usługowych i hal przemysłowych, oraz usług deweloperskich dla międzynarodowych sieci handlowych i usługowych (<https://www.bankier.pl/gielda/notowania/akcje/PANOVA/podstawowe-dane>).

Wykorzystanie teorii chaosu do oceny atrakcyjności inwestowania na przykładzie wybranych spółek z sektora budownictwa notowanych na GPW w Warszawie, wyniki badań empirycznych

Jak wskazano wyżej, wykładnik Lapunowa wskazuje między innymi czas utraty informacji, czyli czas, po upływie którego należy powtórzyć analizę fraktalną. Z kolei zarówno wymiar fraktalny, jak i wykładnik Hursta są wykorzystywane do wspomagania decyzji inwestorów giełdowych w aspekcie atrakcyjności danej spółki na GPW w Warszawie. Powyższe zależności ustalono na podstawie autorskich badań empirycznych. Wyniki analizy fraktalnej wybranych spółek z sektora budownictwa notowanych na polskiej giełdzie prezentuje tablica 1.

W tablicy 1 przedstawiono wyniki przeprowadzonych badań z wykorzystaniem metod chaosu deterministycznego. Zostały oszacowane wartości wykładnika Lapunowa, wykładnika Hursta oraz wymiaru fraktalnego dla wybranych spółek akcyjnych z sektora budownictwa notowanych na GPW. Dla spółki Unibeb S.A. Bielsk Podlaski wymiar fraktalny wynosi 3,11, co oznacza, że możliwe jest modelowanie tego rynku za pomocą czterech zmiennych. W przypadku Budimex SA Warszawa wymiar fraktalny wynosi 3,46, co oznacza możliwość modelowania rynku za pomocą czterech zmiennych, natomiast dla spółki PANOVA SA Gliwice wymiar fraktalny oszacowano na poziomie 2,97, co oznacza możliwość modelowania tego rynku za pomocą trzech zmiennych. Można zauważyć, że spółka Budimex SA Warszawa ma największą wartość wymiaru fraktalnego w porównaniu z pozostałymi spółkami, ale ukształtowanym na poziomie wskazującym na atrakcyjność inwestowania w jej akcje, także wykładnik Hursta oszacowany na poziomie 0,86 weryfikuje pozytywnie powyższe założenie. Atrakcyjność inwestycyjną wykazuje też spółka Unibeb S.A. Bielsk Podlaski, której wykładnik Hursta wynosi 0,85 i wymiar fraktalny o wartości 3,11 potwierdza pozytywnie tę hipotezę. Również inwestycja w akcje PANOVA SA Gliwice jest bezpieczną decyzją inwestycyjną, której wykładnik Hursta wynosi 0,83, a wymiar fraktalny 2,97.

Można zatem wysunąć wniosek, że im wyższa wartość wykładnika Hursta, tym podejmowanie decyzji finansowych jest obciążone mniejszym ryzykiem, a inwestowanie w akcje danej spółki jest bardziej atrakcyjne pod względem finansowym. Wysoka wartość wykładnika Hursta świadczy o tym, że szereg jest uporządkowany, a co za tym idzie bardziej bezpieczny (Siemieniuk, Siemieniuk i Siemieniuk, 2018, s. 239).

Analizując z kolei wykładnik Lapunowa można stwierdzić, że w przypadku spółki Unibeb S.A. Bielsk Podlaski wynosi on 0,033, a czas utraty informacji oszacowano na 1,01 miesiąca, co oznacza, że po upływie 1,01 miesiąca należy powtórzyć analizę fraktalną. Analizując rysunek 1 można zauważyć, że

Tablica 1. Wykładnik Lapunowa, wymiar fraktalny i wartość wykładnika Hursta dla wybranych spółek notowanych na GPW

Nazwa spółki	Wykładnik Lapunowa	Czas utraty informacji w miesiącach	Wymiar fraktalny	Wykładnik Hursta
Unibeb S.A. Bielsk Podlaski	0,033	$(1/0,033) * (1/30) = 1,01$	3,11	0,85
Budimex SA Warszawa	0,019	$(1/0,019) * (1/30) = 1,75$	3,46	0,86
PANOVA SA Gliwice	0,032	$(1/0,032) * (1/30) = 1,05$	2,97	0,83

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 1. Wykres notowań akcji Unibeb S.A. Bielsk Podlaski w latach 2020–2021

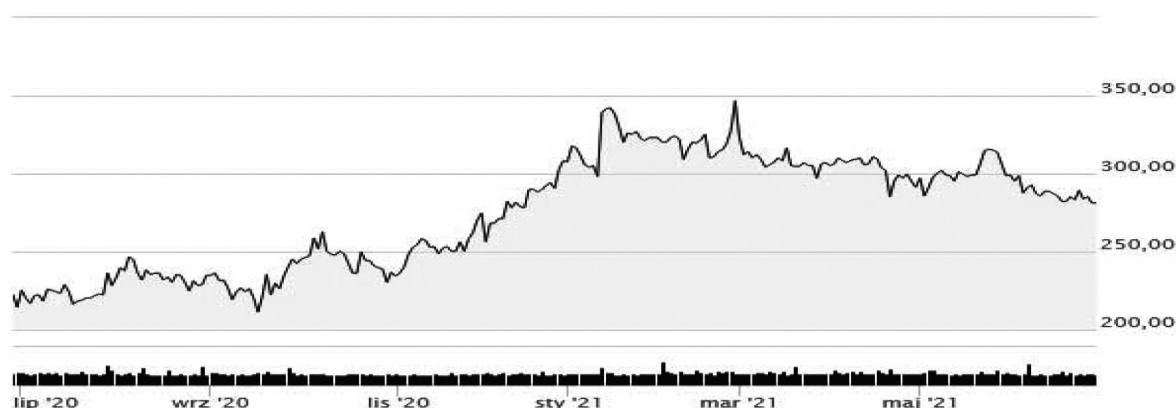
Źródło: <https://www.bankier.pl/inwestowanie/profile/quote.html?symbol=UNIBEP>

w styczniu i na początku lutego 2021 roku akcje spółki Unibeb S.A. Bielsk Podlaski wskazywały tendencję rosnącą, co pozytywnie weryfikuje wyniki badań empirycznych zawarte w tablicy 1, wskazujące na atrakcyjność spółki na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie.

W przypadku spółki Budimex SA Warszawa wykładnik Lapunowa wynosi 0,019, a czas utraty informacji oszacowano na 1,75 miesiąca, co oznacza, że po upływie 1,75 miesiąca należy powtórzyć analizę fraktalną. Analizując rysunek 2 można zauważyć, iż w styczniu i na początku lutego 2021 roku akcje spółki Budimex SA Warszawa również wskazywały tendencję rosnącą, co pozytywnie weryfi-

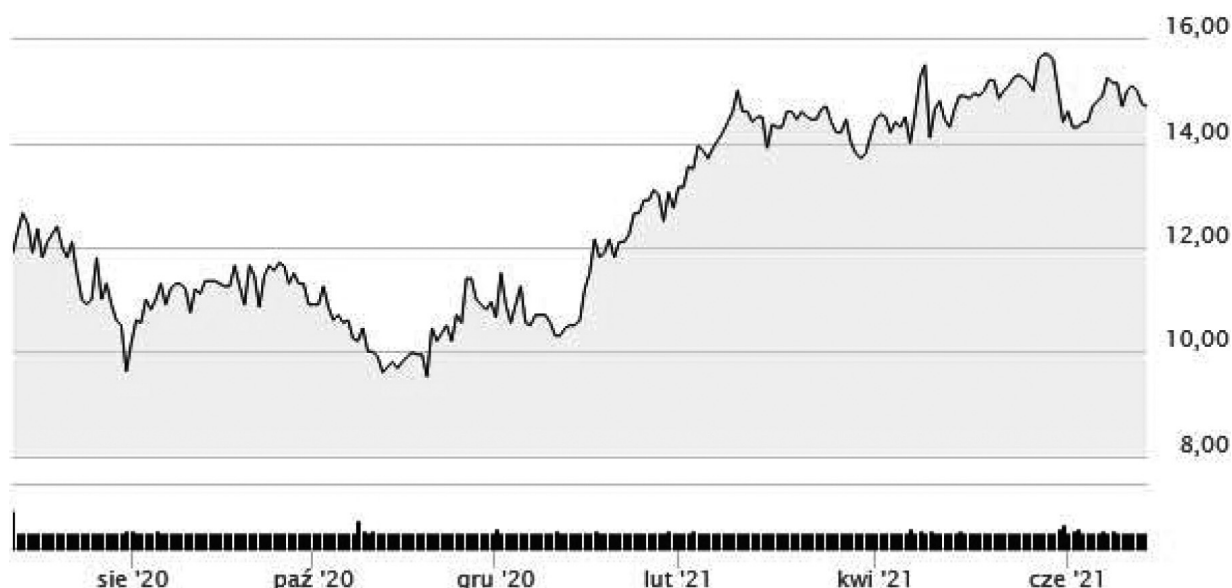
kuje wyniki badań empirycznych zawarte w tablicy 1, wskazujące na atrakcyjność spółki na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie.

W przypadku spółki PANOVA SA Gliwice wykładnik Lapunowa wynosi 0,032, a czas utraty informacji oszacowano na 1,05 miesiąca, co oznacza, że po upływie 1,05 miesiąca należy powtórzyć analizę fraktalną. Analizując rysunek 3 można zauważyć, że w styczniu i na początku lutego 2021 roku akcje spółki PANOVA SA Gliwice również wskazywały tendencję rosnącą, co pozytywnie weryfikuje wyniki badań empirycznych zawarte w tablicy 1, wskazujące na atrakcyjność spółki na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie.

Rysunek 2. Wykres notowań akcji Budimex SA Warszawa w latach 2020–2021

Źródło: <https://www.bankier.pl/inwestowanie/profile/quote.html?symbol=BUDIMEX>

Rysunek 3. Wykres notowań akcji PANOVA SA Gliwice w latach 2020–2021



Źródło: <https://www.bankier.pl/inwestowanie/profile/quote.html?symbol=PANOVA>

Uwagi końcowe

Teoria chaosu ma istotny wkład w ocenę atrakcyjności określonej spółki na giełdzie. Do analizy są wykorzystywane narzędzia teorii chaosu, do których można zaliczyć wykładnik Lapunowa, wymiar fraktalny oraz wykładnik Hursta. Zastosowanie teorii chaosu do oceny atrakcyjności określonej spółki giełdowej jest stale rozwijającą się dziedziną. Stanowi wyzwanie dla badaczy, dzięki czemu poznajemy coraz więcej modeli wspomagających podejmowanie decyzji opartych na teorii chaosu deterministycznego.

Jeśli chodzi o aspekt praktyczny, należy stwierdzić, że można projektować zachowanie się spółki akcyjnej na GPW w aspekcie jej atrakcyjności w krótkiej perspektywie czasowej, oszacowanej z wykorzystaniem wykładnika Lapunowa, który określa czas utraty informacji i zanikalność prognozy. Po upływie tego okresu należy powtórzyć obliczenia z wykorzystaniem analizy fraktalnej. Ostrożnie trzeba podchodzić do stosowalności metody po okresie zanikalności prognozy (obliczonej z wykorzystaniem wykładnika Lapunowa), istnieje bowiem ryzyko gwałtownych zmian, gdy zostanie przekroczona

granica, po której zanikają prognozy. Interpretacja wyników może wtedy wywołać problemy. Wymiar fraktalny z kolei umożliwia ustalenie minimalnej liczby zmiennych dynamicznych potrzebnych do opisanie funkcjonowania danej spółki giełdowej. Im liczba jest mniejsza, tym funkcjonowanie jej na giełdzie jest mniej skomplikowane i bardziej przewidywalne. Wraz ze wzrostem wykładnika Hursta linia staje się coraz gładzsza, w systemie jest mniej szumu. Wysoka wartość wykładnika Hursta oznacza, że inwestowanie w akcje danej spółki jest mniej atrakcyjne. Kompleksowa analiza wszystkich wskaźników pozwala na formułowanie wniosków dotyczących atrakcyjności danej spółki akcyjnej. Należy podkreślić, że w zależności od wielkości wskaźnika można stwierdzić, czy spółka jest bardziej, czy mniej atrakcyjna do polecenia dla inwestora giełdowego w aspekcie jej kondycji na GPW.

Jak wykazują badania empiryczne, wybrane do analizy fraktalnej spółki z sektora budowlanego notowane na polskiej giełdzie wykazywały w czasie pandemii dobrą kondycję ekonomiczną i były atrakcyjne pod względem podejmowania decyzji o ewentualnym zakupie ich akcji.

Bibliografia/References

- Ciesielski, K. i Pogoda, Z. (2005). *Bezmiar matematycznej wyobraźni*. Warszawa: Prószyński i S-ka.
- Czekaj, J., Woś, M. i Żarnowski, J. (2001). *Efektywność giełdowego rynku akcji w Polsce*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Grassberger, P. i Procaccia, I. (1983). Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters*, 50. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.50.346>
- Małyżko, O. (2016). Zastosowanie wykładników Lapunowa do badania stabilności sieci elektroenergetycznej. <https://www.elektro.info.pl/artykul/sieci-elektroenergetyczne/65120,zastosowanie-wykadnikow-lapunowa-do-badania-stabilnosci-sieci-elektroenergetycznej>
- Nowiński, M. (2007). *Nieliniowa dynamika szeregów czasowych w badaniach ekonomicznych*. Wrocław: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu.
- Peters, E. E. (2007). *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*. Warszawa: Wydawnictwo Wig Press.
- Schuster, H. G. (1993). *Chaos deterministyczny. Wprowadzenie*. Warszawa: Wydawnictwo WPN.
- Siemieniuk, N. (2001). *Fraktalne właściwości polskiego rynku kapitałowego*. Białystok: Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku.
- Siemieniuk, N. (2009). Wykorzystanie teorii chaosu deterministycznego do analizy rynków kapitałowych na przykładzie indeksu WIG. *Optimum. Studia Ekonomiczne*, 44(4).
- Siemieniuk N. (2020). Wykorzystanie systemów inteligentnych do zarządzania procesami ekonomicznymi. Białystok: Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku.
- Siemieniuk, N. i Siemieniuk T. (2015). Teoria chaosu deterministycznego a decyzje inwestorów giełdowych. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 1(74). <https://doi.org/10.18276/frfu.2015.74/1-16>
- Siemieniuk, N., Siemieniuk, T. i Siemieniuk, Ł. (2018). Wybrane aspekty wykorzystania teorii chaosu do wspierania decyzji finansowych. *Zeszyty Naukowe Polityki Europejskiej, Finanse i Marketing*, 68(19). <https://doi.org/10.22630/PEFIM.2018.19.68.20>

Źródła internetowe/Internet sources

- <https://www.bankier.pl/gielda/notowania/akcje/UNIBEP/podstawowe-dane>
- <https://www.bankier.pl/gielda/notowania/akcje/BUDIMEX/podstawowe-dane>
- <https://www.bankier.pl/gielda/notowania/akcje/PANOVA/podstawowe-dane>
- <https://www.bankier.pl/inwestowanie/profile/quote.html?symbol=PANOVA>
- <https://www.bankier.pl/inwestowanie/profile/quote.html?symbol=BUDIMEX>
- <https://www.bankier.pl/inwestowanie/profile/quote.html?symbol=UNIBEP>

Dr hab. Nina Siemieniuk, prof. UwB

Profesor Uniwersytetu w Białymstoku, zatrudniona w Instytucie Zarządzania, Zakładzie Zarządzania Strategicznego; specjalizuje się w problematyce systemów inteligentnych i informatycznych systemów zarządzania, ze szczególnym uwzględnieniem wykorzystania teorii chaosu do opisu polskiego rynku kapitałowego i analizy wybranych informatycznych systemów zarządzania.

Dr Łukasz Siemieniuk

Adiunkt w Katedrze Finansów na Wydziale Ekonomii i Finansów Uniwersytetu w Białymstoku; specjalizuje się w problematyce przedsiębiorczości, systemów inteligentnych i informatycznych systemów zarządzania.

Dr inż. Tomasz Siemieniuk

Adiunkt w Katedrze Ekonomii i Finansów na Wydziale Nauk Ekonomicznych Wyższej Szkoły Finansów i Zarządzania w Białymstoku; zajmuje się zagadnieniami z zakresu analizy i symulacji zjawisk ekonomicznych z zastosowaniem teorii chaosu deterministycznego, informatycznych systemów zarządzania, zastosowań systemów informatycznych do wspomagania decyzji ekonomicznych, zagadnień dotyczących e-learningu.

Dr hab. Nina Siemieniuk, prof. UwB

Professor at the University of Białystok, at the Institute of Management, Department of Strategic Management; specializes in the issues of intelligent systems and information management systems, with particular emphasis on the use of chaos theory to describe the Polish capital market and the analysis of selected information management systems.

Dr Łukasz Siemieniuk

Assistant professor at the University of Białystok, Faculty of Economics and Finance, Department of Finance; specializes in entrepreneurship, intelligent systems and information management systems.

Dr inż. Tomasz Siemieniuk

Assistant professor at the University of Finance and Management in Białystok, at the Faculty of Economic Sciences, the Department of Economics and Finance; deals with issues in the field of analysis and simulation of economic phenomena with the use of deterministic chaos theory, IT management systems, applications of IT systems to support economic decisions, issues related to e-learning.